逻辑代数的基本定律和规则

逻辑代数的基本公式
一、逻辑常量运算公式
二、逻辑变量、常量运算公式

2.3.2　逻辑代数的基本定律
一、与普通代数相似的定律
二、吸收律
三、摩根定律

2.3.3 逻辑代数的三个重要规则
一、代入规则
二、反演规则
三、对偶规则

作业： P23 2. 4.

2. 3 逻辑代数的基本定律和规则

2.3.1 逻辑代数的基本公式
一、逻辑常量运算公式
表2.3.1 逻辑常量运算公式

一、逻辑常量运算公式

表 2.3.1　逻辑常量运算公式

与 运 算	或 运 算	非 运 算
$0\cdot0=0$	$0+0=0$	
$0\cdot1=0$	$0+1=1$	$\overline{1}=0$
$1\cdot0=0$	$1+0=1$	$\overline{0}=1$
$1\cdot1=1$	$1+1=1$	

二、逻辑变量、常量运算公式

表 2.3.2　逻辑变量、常量运算公式

与 运 算	或 运 算	非 运 算
$A\cdot0=0$	$A+0=A$	
$A\cdot1=A$	$A+1=1$	
$A\cdot A=A$	$A+A=A$	$\overline{\overline{A}}=A$
$A\cdot\overline{A}=0$	$A+\overline{A}=1$	

变量A的取值只能为0或为1，分别代入验证。

2.3.2　逻辑代数的基本定律
逻辑代数的基本定律是分析、设计逻辑电路，化简和变换逻辑函数式的重要工具。这些定律和普通代数相似，有其独特性。
一、与普通代数相似的定律

一、与普通代数相似的定律

表 2.3.3　交换律、结合律、分配律

交 换 律	$A+B=B+A$
	$A\cdot B=B\cdot A$
结 合 律	$A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)$
	$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$
分 配 律	$A(B+C)=AB+AC$
	$A+BC=(A+B)\cdot(A+C)$

二、吸收律

吸收律可以利用基本公式推导出来，是逻辑函数化简中常用的基本定律。

表 2.3.4　吸 收 律

吸 收 律	证 明
① $AB+A\overline{B}=A$	$AB+A\overline{B}=A(B+\overline{B})=A\cdot1=A$
② $A+AB=A$	$A+AB=A(1+B)=A\cdot1=A$
③ $A+\overline{A}B=A+B$	$A+\overline{A}B=(A+\overline{A})(A+B)=1\cdot(A+B)=A+B$
④ $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$	原式$=AB+\overline{A}C+BC(A+\overline{A})$ $=AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC$ $=AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)$ $=AB+\overline{A}C$

表2.3.3　交换律、结合律、分配律 与学生一同验证以上四式。

第④式的推广：$AB+\overline{A}C+BCDE=AB+\overline{A}C$ （2.3.1）

由表2.3.4可知，利用吸收律化简逻辑函数时，某些项或因子在化简中被吸收掉，使逻辑函数式变得更简单。

三、摩根定律

摩根定律又称为反演律，它有下面两种形式

$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$ $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$

与学生一同验证以上二式用真值表

表2.3.5 $\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$ 的证明

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\cdot\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

表2.3.6 $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ 的证明

A	B	$\overline{A\cdot B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

2.3.3 逻辑代数的三个重要规则

一、代入规则

对于任一个含有变量A的逻辑等式，可以将等式两边的所有变量A用同一个逻辑函数替代，替代后等式仍然成立。这个规则称为代入规则。代入规则的正确性是由逻辑变量和逻辑函数值的二值性保证的。

例 2.3.1 已知$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$，试证明用BC替代B后，等式仍然成立。

这个例子证明了摩根定律的一个推广式。

二、反演规则

即求 $\overline{Y}$ $\begin{cases} 0 \rightleftarrows 1 \\ \cdot \rightleftarrows + \\ A \rightleftarrows A \end{cases}$

如求 $Y=A+\overline{B+\overline{C}+\overline{D+\overline{E}}}$ *求* $\overline{Y}$

则： $\overline{Y}=\overline{A}\bullet\overline{\overline{B}\bullet C\bullet\overline{\overline{D}\bullet E}}$

可用于证明同或等于异或。

若两函数相等，其反演式也相等。（可用于变换推导公式）。

三、对偶规则

对逻辑函数式 Y：$\begin{cases} \cdot \rightleftarrows + \\ 0 \rightleftarrows 1 \end{cases}$

若两函数相等，其对偶式也相等。（可用于变换推导公式）。

讨论三个规则的正确性。